8 класс

10 марта 2019 года

Время написания – 240 минут

Количество задач – 5

Сумма баллов – 100

Заключительный этап Московской олимпиады школьников – 2019 по экономике

Решения задач и критерии оценивания

Задача 1. «Прогрессивная или пропорциональная?» (20 баллов)
(Полина Пушкарёва, Максим Земцов)

(а) (12 баллов)

- При прогрессивном налоге стоимость дополнительного усилия уменьшается. Иными словами, при пропорциональном налоге, если вы захотите приложить больше усилий к работе и получить повышение, стоимость этого усилия будет равна прибавке к зарплате за вычетом налога, такого же, какой и вычитался на каждом этапе (при любой зарплате), а при прогрессивном налоге вычет будет больше, чем раньше. Таким образом, прогрессивный налог стимулирует людей меньше работать *(**3 балла** за аргумент, **3 балла** за обоснование)*.
- При прогрессивной системе налогообложения у богатых людей больше стимулов скрывать свой заработок, уходить от налогов. У фирм больше стимулов выдавать зарплату наличными неофициально. Это даёт дополнительные стимулы к развитию теневой экономики *(**3 балла** за аргумент, **3 балла** за обоснование)*.
- Лёгкость администрирования: пропорциональный налог проще высчитывать и собирать. Но проще не в прямом значении, а в том, что необходимо заполнять меньше бумаг и легче декларировать сам доход, в результате чего издержки на бюрократию становятся меньше *(**3 балла** за аргумент, **3 балла** за обоснование)*.

*Возможны и другие корректные аргументы; в любом случае, за один верный аргумент выставляется **3 балла**, за разумный комментарий к нему выставляется ещё **3 балла**, но в сумме за пункт (а) не более 12 баллов.*

(б) (8 баллов)

В развивающихся странах *(**4 балла** за любой из аргументов)*:

- Обычно больше неравенство, обычно богатые люди в развивающихся странах богаче богатых людей в развитых, следовательно, в развивающихся странах у большего количества людей будут стимулы скрывать налоги при прогрессивной системе.
- Обычно теневой сектор экономики больше, поэтому скрывать заработок и уклоняться от налогов легче.

В развитых странах *(**4 балла** за любой из аргументов)*:

- Гораздо труднее уклоняться от налогов в силу развитых институтов и неразвитого теневого сектора.
- К тому же, в развитых странах неравенство меньше, но при этом и средний доход выше, что позволяет собирать больше при прогрессивной системе.

Таким образом, в развивающихся странах выгоднее вводить пропорциональный налог, чтобы избежать вышеописанных последствий, а в развитых есть возможность вводить систему прогрессивного налога.

Задача 2. «Государство и дороги» (20 баллов)
(Полина Пушкарёва, Ирина Козловцева, Маргарита Голуб)

(а) (4 балла) При государственной, потому что:

- Когда за платную дорогу нужно платить, поездка на машине становится дороже для потребителя, следовательно, у кого-то полезность от поездки на машине станет отрицательной (меньше, чем от поездки на общественном транспорте) *(**1 балл** за аргумент и **1 балл** за указание причины, почему некоторые люди перестанут выезжать).*
- При государственной системе качество дорог хуже, потому что доходы государства от налогов никак не зависят от качества дороги, следовательно, больше ям и ухабов, следовательно, труднее ездить и образуется больше пробок. При системе частных дорог прибыль владельца напрямую зависит от качества его дороги, следовательно, он будет стремиться его улучшить *(**1 балл** за аргумент и **1 балл** за указание причины, почему качество будет именно таким).*

(б) (8 баллов)
Положительные эффекты *(**по 2 балла** за каждый)*:

- Улучшится качество дорог, т.к. теперь прибыль владельца дороги будет напрямую зависеть от её качества, и – поскольку на рынке сложится конкуренция – владельцы будут стараться улучшить свои дороги.
- Меньше пробок, см. обоснование в пункте (а).

***1 балл** за утверждение, **1 балл** за обоснование.*

Отрицательные эффекты *(**по 2 балла** за каждый)*:

- Когда у каждой дороги есть свой владелец, дороги будут покупаться и строиться только там, где это может привести к получению положительной прибыли; таким образом, удалённые от больших городов места (деревни, сёла и т.д.) будут непривлекательны для строительства, и дорог там не будет или будет очень мало (при государственной системе государство берёт на себя социальную роль обеспечить всё население хоть какими-нибудь дорогами).
- По аналогичной логической цепочке в очень «прибыльных» местах будет строиться больше одной дороги, потому что даже при существовании двух параллельных дорог владельцы всё равно будут получать положительную прибыль.

***1 балл** за утверждение, **1 балл** за обоснование*

(в) (8 баллов) Так происходит, потому что *(**по 4 балла** за каждый аргумент)*:

- Внутри городской черты существует очень много вариантов маршрута из точки A в точку B, следовательно, частным владельцам будет невыгодно владеть какой-либо дорогой.
- Также в городе существует не только несколько маршрутов, но и много вариантов вида транспорта, который опять же будет конкурентом для частных владельцев.

Задача 3. «Стройка» (20 баллов)
(Сергей Зыков)

(а) (5 баллов) Да, такое могло быть:

Эксперт	Р	В	К	П
1	1	0	4	2
2	2	0	4	1
3	1	4	0	2
4	4	1	0	2
5	2	4	1	0
Итого	10	9	9	7

После пересчёта получаем:

Эксперт	Р	В	К
1	0	0	3
2	1	0	3
3	0	3	0
4	3	0	0
5	1	3	0
Итого	5	6	6

(б) (6 баллов) Да, такое могло быть. Для примера достаточно удвоить уже готовую таблицу, полученную в пункте (а).

(в) (9 баллов) По условию имеем $Р_0 > К_0$ и $Р_1 < К_1$. Пусть Р изменилось на какую-то величину x, а К – на y. Из данных условий получаем:

1) $Р_0 - К_0 \geq 1$
2) $Р_1 - К_1 \leq -1$
3) Из 1) получаем $Р_0 - x - К_0 + y \geq 1 - x + y$
4) Из 2) и 3) получаем $-1 \geq Р_1 - К_1 \geq 1 - x + y$

Значит, $x - y \geq 2$. Заметим, что число, на которое изменяется оценка определённого места, равно $x = n - i$, где n – количество экспертов, а i – количество нулей, которые поставили данному месту. Полученное нами неравенство означает, что К поставили хотя бы на 2 нуля больше, чем Р. Рассмотрев В вместо К, получим то же неравенство. Значит, нулей было хотя бы 4. Каждый эксперт ставил ровно 1 ноль, значит и экспертов было хотя бы 4. Пусть их было ровно 4. Тогда у В и К стояло ровно по 2 нуля. Таким образом, выполняются равенства $В = К = Р - 1$. Всего сумма баллов равна 28, у Р больше всех, тогда у Р было хотя бы 8 баллов. Разберём случаи:

- Пусть у Р ровно 8 баллов. Тогда у В и К их по 7. Но 7 невозможно набрать двумя числами, среди которых могут быть только 1, 2 и 4. Противоречие.
- Пусть у Р ровно 9 баллов. Тогда у В и К их по 8. Тогда оценки В и К выглядят как набор 0, 0, 4, 4 (по-другому невозможно выбрать из чисел 1, 2, 4 два числа так, чтобы они в сумме давали 8) Тогда заметим, что максимальное значение Р может быть равно 2+2+2+2=8. Противоречие.
- Пусть у Р хотя бы 10 баллов. Тогда у В и К должно быть хотя бы по 9 баллов, но это невозможно набрать двумя числами, выбирая из имеющихся 1, 2, 4. Противоречие.

Тогда минимальное количество экспертов – 5. Пример приведён в пункте (а).

Критерии оценивания

Арифметическая ошибка, не повлиявшая на ход решения, – ***минус 1 балл****.*

(а) (5 баллов)

- *Верный пример –* ***5 баллов***
- *Пример работает, но П не наименьшее –* ***3 балла***

- *Нет примера, но есть обоснование, что распределение баллов между альтернативами может быть только 0, 1, 2, 4, –* ***2 балла***
- *Предположение о том, что если две альтернативы получили одинаковое максимальное количество баллов, то они обе победили, расценивается как* ***неверное***

(б) (6 баллов)
- *Верный пример –* ***6 баллов***
- *Если пункт (б) – описание построения примера с использованием пункта (а) (например, удвоение таблицы), при этом решение пункта (а) неверное, ставится* ***3 балла***

(в) (9 баллов)
- *Если решение перебором: случай с 2 экспертами –* ***1 балл****; случай с 3 экспертами –* ***2 балла****; случай с 4 экспертами –* ***6 баллов***
- *Если решение аналогично авторскому:* ***3 балла*** *за объяснение, почему экспертов хотя бы 4;* ***6 баллов*** *за случай 4 экспертов*
- *Если участник предполагает, что* $\mathrm{В} = \mathrm{К} = \mathrm{Р} - 1$*, но без какого-либо пояснения –* ***минус 2 балла***

Задача 4. «Инвестирование» (20 баллов)
(Анастасия Анцыгина, Александр Зотов)

(а) (9 баллов) Фонд 1 выгоднее:

$$S_1 = 100\big(1 + 2 \cdot 0{,}1 \cdot (1 - 0{,}2)\big) = 116 > S_2 = 100(1 + 0{,}1)(1 + 0{,}05) - 5 = 110{,}5$$

(б) (5 баллов) Необходимо составить и решить уравнение:

$$S_1 = 100\big(1 + 2 \cdot 0{,}1 \cdot (1 - 0{,}31)\big) = 113{,}8 = S_2 = 100(1 + 0{,}1)(1 + r) - 5 = 105 + 110r$$

$$r = \frac{113{,}8 - 105}{110} = 0{,}08 = 8\%$$

(в) (6 баллов) *При вёрстке задачника произошла ошибка, в результате которой вопрос пункта (в) изменился. На вопрос, фактически заданный в олимпиаде, правильный ответ следующий: таких ставок не существует.*

Изначально вопрос должен был звучать так: «При каких значениях x г-н Картошин не будет вкладывать средства в фонд 1, какой бы ни была ставка r». Решение к этому вопросу выглядит так:
Пусть $r = 0$, то есть во второй год фонд 2 не выплачивает ничего. Тогда

$$S_1 = 100\big(1 + 2 \cdot 0{,}1 \cdot (1 - x)\big) = 120 - 20x \le S_2 = 100(1 + 0{,}1)(1 + 0) - 5 = 105$$

$$x \ge \frac{120 - 105}{20} = 0{,}75 = 75\%$$

Критерии оценивания

(а) (9 баллов)

- *Правильно записана прибыль от вложений в фонд 1 – **4 балла** (**2 балла** за вычисление дохода по формуле простого процента, **2 балла** за вычисление изымаемой суммы)*
- *Правильно записана прибыль от вложений в фонд 2 – **3 балла***
- *Правильно выбран фонд для инвестирования – **2 балла***

(б) (5 баллов)

- *Идея о том, что г-ну Картошину будет безразлично, если прибыли от обоих фондов равны, – **2 балла***
- *Правильно найдено значение r – **3 балла***

(в) (6 баллов)

Для условия «При каких значениях x г-н Картошин не будет вкладывать средства в фонд 2, какой бы ни была ставка r?»:

- *Записано условие, при котором г-н Картошин не будет вкладывать средства в фонд 2, – **2 балла***
- *Решено неравенство относительно x – **1 балл***
- *Сделан вывод о том, что таких значений x, при которых г-н Картошин не будет вкладывать средства в фонд 2, какой бы ни была ставка r, не существует, – **3 балла***

Для условия «При каких значениях x г-н Картошин не будет вкладывать средства в фонд 1, какой бы ни была ставка r?»:

- *Записано неравенство, отражающее ситуацию, когда г-н Картошин не будет вкладывать средства в фонд 1, – **2 балла***
- *Сделано предположение о том, что крайний случай – $r = 0$, и решено неравенство относительно x, либо неравенство решено в общем виде и оценено значение дроби, зависящей от r, что позволяет найти значения x, – **3 балла***
- *Найдены все значения x, при которых г-н Картошин не будет вкладывать средства в фонд 1, – **1 балл***

Задача 5. «Далёкая страна» (20 баллов)
(Максим Земцов)

(а) (4 балла)
(1) В отсутствие торговли: $60 - p = 0{,}5p$, откуда $p = 40$ и $q = 20$ ***(1 балл)***.
(2) При свободной торговле малая открытая экономика страна станет импортёром, так как мировая цена ниже, чем внутренняя автаркическая цена (другое объяснение: так как величина спроса при мировой цене больше, чем величина предложения при мировой цене) *(**1 балл** за объяснение)*. Потребляться внутри страны будет $q_d(10) = 50$ единиц, из которых $q_s(10) = 5$ единиц будет производиться внутри *(**1 балл** за объём внутреннего производства или потребления)*, а вся остальная продукция в количестве $q_d(10) - q_s(10) = 45$ единиц будет импортироваться с мирового рынка *(**1 балл** за разделение импорта и внутреннего производства)*.

(б) (8 баллов) Транспортный тариф перевозчика фактически будет означать соответствующий рост мировой цены, которая теперь как будто бы будет равна $10 + t$: импортироваться будет количество

$$\tilde{q}(t) = q_d(10 + t) - q_s(10 + t) = 60 - (10 + t) - 0{,}5(10 + t) = 45 - 1{,}5t$$

Это и есть спрос на перевозки: количество ввозимой в страну продукции $\tilde{q}$ в зависимости от цены перевозки t *(**3 балла** за получение этой функции)*. Если выразить цену перевозки через количество, будет $t = 30 - 2\tilde{q}/3$. Прибыль транспортировщика примет вид *(**2 балла** за постановку задачи)*

$$\pi_T = \left(30 - \frac{2}{3}\tilde{q}\right)\tilde{q} - \tilde{q}^2 = 30\tilde{q} - \frac{5}{3}\tilde{q}^2 \to \max_{\tilde{q} \geq 0}$$

Квадратная парабола с ветвями вниз, вершина в точке $\tilde{q} = 9$ ***(1 балл)***. Столько единиц продукции будет ввозиться в страну. Цена перевозки составит $t = 24$ ***(1 балл)***. Значит, потребляться внутри страны будет $q_d(34) = 26$ единиц, из которых $q_s(34) = 17$ единиц будет производиться внутри *(**1 балл** за разделение потребления на импорт и внутренне производство)*.

(в) (8 баллов) При субсидировании монополиста его прибыль примет вид *(**1 балл** за постановку задачи)*

$$\pi_T = \left(30 - \frac{2}{3}\tilde{q}\right)\tilde{q} - \tilde{q}^2 + s\tilde{q} = (30 + s)\tilde{q} - \frac{5}{3}\tilde{q}^2 \to \max_{\tilde{q} \geq 0}$$

Квадратная парабола с ветвями вниз, вершина в точке $\tilde{q} = 9 + 0{,}3s$ ***(1 балл)***. Тогда цена перевозки составит ***(1 балл)***

$$t = 30 - \frac{2}{3}(9 + 0{,}3s) = 24 - 0{,}2s$$

Значит, потребляться внутри страны будет $q_d(34 - 0{,}2s) = 26 + 0{,}2s$ единиц ***(1 балл)***; отсюда видно, что рост внутреннего потребления составит $\Delta q_d = 0{,}2s = x$, откуда $s = 5x$ ***(2 балла)***. Субсидируемая величина импорта составит $\tilde{q} = 9 + 0{,}3 \cdot 5x = 9 + 1{,}5x$ ***(1 балл)***. Значит, расходы бюджета на субсидирование составят $S = s\tilde{q} = 5x(9 + 1{,}5x) = 45x + 7{,}5x^2$ ***(1 балл)***.

Комментарии:

- *Отсутствует условие второго порядка – **минус 1 балл***
- *Часто в пунктах (б) и (в) участники неверно записывали прибыль: фирму-перевозчика не рассматривали как монополиста, а полагали, что фирма воспринимает цену перевозок как заданную. За такие решения этих пунктов ставилось **0 баллов***
- *Можно было искать оптимум фирмы в пунктах (б) и (в) с помощью равенства предельной выручки и предельных издержек, тогда **1 балл** выставлялся за указание на то, что фирма является монополистом и что равенство $MR = MC$ является условием первого порядка, ещё **1 балл** выставлялся за нахождение оптимального объёма перевозок и ещё **1 балл** выставлялся за доказательство того, что в данном случае равенство $MR = MC$ действительно обеспечивает максимум прибыли (условие второго порядка)*