

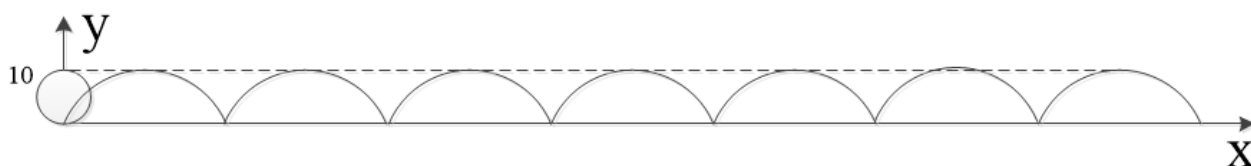
## Задачи для 8-9 классов

### Задача 1.

Мобильный робот содержит два ведущих колеса и перемещается равномерно и прямолинейно по ровной поверхности со скоростью 10 см/с без проскальзывания. Систему отсчета (координат) при расчетах принять неподвижной.

Необходимо определить следующие показатели:

- 1) Сколько оборотов  $n$  совершит колесо диаметром 10 см за 5, 10, 15, 20 сек.
- 2) Для каждого значения  $t$  из пункта 1 определить пройденное угловое расстояние, ответ представить в градусах.
- 3) Пересчитать углы поворота колеса из пункта 2 таким образом, чтобы они не включали предыдущие полные обороты, т.е. началом отсчета искомого угла задать точку окончания последнего целого оборота колеса. Перевести полученные значения в радианы и подставить в формулу описывающую траекторию точки находящуюся на ободе колеса при вращении  $x = R(\varphi - \sin \varphi)$ ,  $y = R(1 - \cos \varphi)$ . Примечание:  $\varphi$  принимается в радианах,  $\varphi$  в скобках при тригонометрической функции принимается в градусах. Справочно: 1 радиан примерно равен 57,3 градуса.
- 4) Полученные значения координат  $x$  и  $y$  графически нанести точками на траекторию в осях  $X$ - $Y$ , где ось абсцисс –  $X$ , ось ординат –  $Y$ . Определить какая точка имеет максимальное значение по оси  $Y$ . Данная траектория имеет название циклоида, которая показывает изменение координат точки находящейся на ободе колеса при вращении см. рисунке ниже.



- 5) Рассчитать работу совершенную электрическим двигателем вращающим данное колесо до точки с максимальным значением  $Y$  из пункта 4. Мощность электродвигателя принять равной 10 Вт.

Решение:

- 1) Количество оборотов зависит от пройденного пути  $S$  и времени  $t$ . Для определения пути необходимо определить длину окружности по формуле  $C = 2 \cdot \pi \cdot R = \pi \cdot D = 3,14 \cdot 10 = 31,41$  см. При известных скорости и времени количество оборотов определяется по следующей формуле:

$$n = S / (2 \cdot \pi \cdot r) = V \cdot t / (\pi \cdot D).$$

За 5 секунд:  $(10 \text{ см/с} \cdot 5 \text{ сек}) / 31,41 \text{ см} = 1,59$  оборотов.

За 10 секунд:  $(10 \text{ см/с} \cdot 10 \text{ сек}) / 31,41 \text{ см} = 3,18$  оборотов.

За 15 секунд:  $(10 \text{ см/с} \cdot 15 \text{ сек}) / 31,41 \text{ см} = 4,77$  оборотов.

За 20 секунд:  $(10 \text{ см/с} \cdot 20 \text{ сек}) / 31,41 \text{ см} = 6,36$  оборотов.

2) Пройденное расстояние в градусах рассчитывается по следующей формуле:

$$\phi = n \cdot 360^\circ.$$

За 5 секунд:  $1,59 \cdot 360^\circ = 572,4^\circ$ .

За 10 секунд:  $3,18 \cdot 360^\circ = 1144,8^\circ$ .

За 15 секунд:  $4,77 \cdot 360^\circ = 1717,2^\circ$ .

За 20 секунд:  $6,36 \cdot 360^\circ = 2289,6^\circ$ .

3) Рассчитываем угол от точки последнего полного оборота:

За 5 секунд:  $(1,59 - 1) \cdot 360^\circ = 212,4^\circ / 57,3^\circ = 3,7$  рад.

За 10 секунд:  $(3,18 - 3) \cdot 360^\circ = 64,8^\circ / 57,3^\circ = 1,13$  рад.

За 15 секунд:  $(4,77 - 4) \cdot 360^\circ = 277,2^\circ / 57,3^\circ = 4,83$  рад.

За 20 секунд:  $(6,36 - 6) \cdot 360^\circ = 129,6^\circ / 57,3^\circ = 2,26$  рад.

Рассчитываем координаты на траектории:

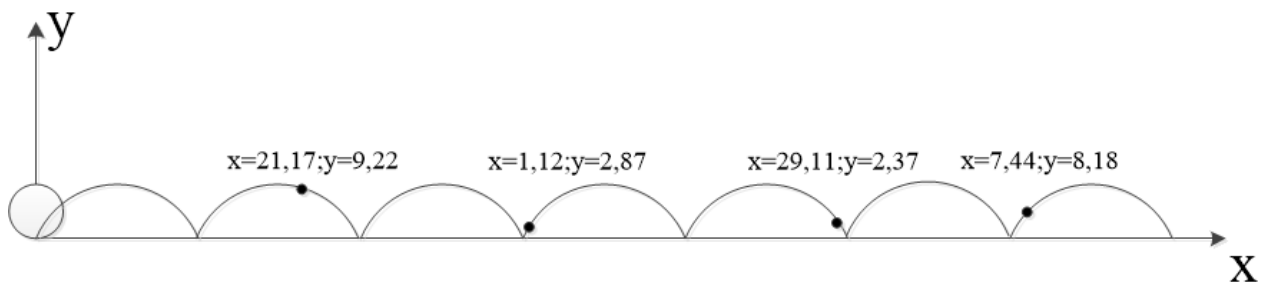
За 5 сек.  $x = 5 \cdot (3,7 - \sin(212,4^\circ)) = 21,17$ ;  $y = 5 \cdot (1 - \cos(212,4^\circ)) = 9,22$ .

За 10 сек.  $x = 5 \cdot (1,13 - \sin(64,8^\circ)) = 1,12$ ;  $y = 5 \cdot (1 - \cos(64,8^\circ)) = 2,87$ .

За 15 сек.  $x = 5 \cdot (4,83 - \sin(277,2^\circ)) = 29,11$ ;  $y = 5 \cdot (1 - \cos(277,2^\circ)) = 2,37$ .

За 20 сек.  $x = 5 \cdot (2,26 - \sin(129,6^\circ)) = 7,44$ ;  $y = 5 \cdot (1 - \cos(129,6^\circ)) = 8,18$ .

4) На траектории вращения колеса (циклограмме) намечаем необходимые точки.



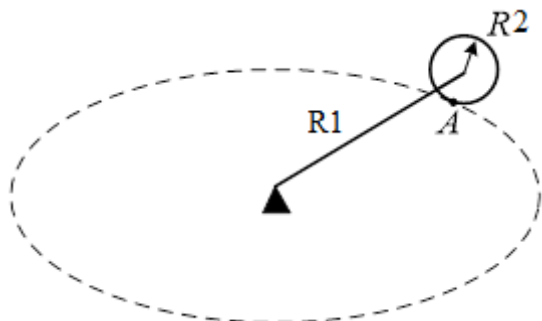
Точка с максимальным значением по оси  $y$  имеет координаты  $x = 21,17$ ;  $y = 9,22$ . Это точка номер 1.

5) При мощности 10 Вт, до первой точки двигатель работает 5 секунд, работу которую совершает электродвигатель определяют по формуле  $A = P \cdot t = 10 \cdot 5 = 50$  Дж.

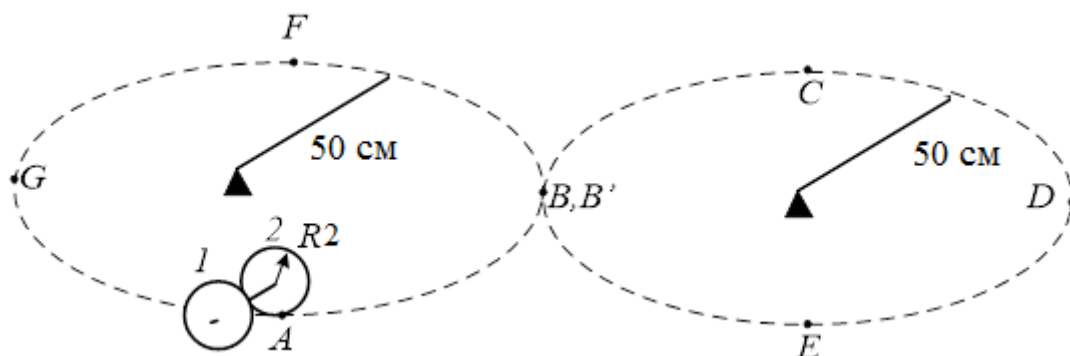
## Задача 2.

Мобильный робот снабжен двумя ведущими колесами и совершает движение по окружности. Радиус колес составляет  $R_2 = 10$  см, расстояние между колесами  $x = 15$  см. Один оборот колесо делает за 1,5 сек. Необходимо произвести следующие расчеты параметров движения:

1) линейную скорость движения внутреннего колеса, количество оборотов одного внутреннего колеса радиусом  $R_2$  для преодоления расстояние по траектории, обозначенной на рисунке ниже пунктиром, при начале и завершении движения в точке А. Радиус окружности по которой вращается внешнее колесо  $R_1=500$  см.



2) Рассчитать значения напряжений подаваемых на двигатели двух колес мобильного робота в точках А, В, В', С, D, E, F, G для описания траектории «восьмерка». При равномерном прямолинейном движении напряжение на обоих двигателях одинаковое и равно 6 Вольт, в противоположную сторону - 6 Вольт. Напряжение на колесах пропорционально скорости вращения.



3) Рассчитать время, от начала движения из точки А, до точек В, С, D, E, В',F, G. Учесть задержку в каждой точке в 0,1 сек.

4) Составить программу управления напряжением на двигателях ведущих колес робота при выполнении им движения по траектории «восьмерка». В программе использовать значения напряжений рассчитанных в пункте 2 и времени из пункта 3.

Список команд:

напряжение\_мотор\_1 U\_точка

напряжение\_мотор\_2 U\_точка

время\_движения t\_точка1\_точка2

задержка 0,1 сек

В программе необходимо указать численные значения вместо U, t и указать нужно точки вместо слов “точка”, “точка1”, “точка2”.

После составления программы вычислить сумму напряжений на внутреннем и внешнем колесах, рассчитать суммарное время программы вместе с задержками. Уобщ\_мотор\_1 - ?, Уобщ\_мотор\_2 - ?, тобщ - ?.

5) Выполнить пункты 2-4 для траектории “квадрат” с длинами сторон 30 см. Ответ представить 3 числами через запятую: Уобщ\_мотор\_1 - ?, Уобщ\_мотор\_2 - ?, тобщ - ?. В точках разворота выполняется разворот работа на месте.

### Решение:

1) Находим длину окружности колеса  $C_k = 2 * \pi * R_2 = 2 * 3.14 * 10 = 62.83$  см. Находим длину окружности траектории  $C_m = 2 * \pi * R_1 = 2 * 3.14 * 500 = 3141,59$  см. Делим одно на другое. По сути, нужно просто поделить радиус траектории на радиус колеса  $3141,59/62.83 = 500/10 = 50$  оборотов.

Расчёт линейной скорости колеса  $v = l/t = 2 * \pi * R_2 / T = 2 * \pi * R_2 * n$ . Период вращения:  $T = t/N = 1,5/1 = 1,5$ , частота вращения [об/мин]:  $n = N/t = 1/T = 1/1,5 = 0,66 \text{ с}^{-1}$ .  $v = l/t = 2 * \pi * R_2 / T = 2 * \pi * R_2 * n =$

$= 2 * 3,14 * 10 * 0,66 = 41,46 \text{ см/с}$ . Проверка  $3141,59/1,5 * 50 = 41,88 \text{ см/с}$ .

2) При расстоянии между колесами равном 15 см. и напряжении прямо пропорционально скорости, радиус «внутренней» восьмерки 50 см, а внешней 65 см. Когда робот доходит до «точки пересечения», тогда радиус внешней окружности равен 50 см, а внутренней 35 см. Ищем длину каждой окружности. Или опять просто отношение радиусов, тк нам нужно узнать только разницу в скорости, а соответственно и напряжения. От точки А до В: напряжение на колесе 1 равно 6 вольт, так колесе 2 равно  $6 * (50/65) = 4.6$  вольт. При движении от точки В к точке С напряжение на колесе 2 равно -6 вольт, на колесе 1 равно  $-6 * (45/50) = -5.4$  вольта. При движении от точки С к точке D напряжение на колесе 2 равно -6 вольт, на колесе 1 равно  $-6 * (45/50) = -5.4$  вольта. При движении от точки D к точке Е напряжение на колесе 2 равно -6 вольт, на колесе 1 равно  $-6 * (45/50) = -5.4$  вольта. При движении от точки Е к точке В' напряжение на колесе 2 равно -6 вольт, на колесе 1 равно  $-6 * (45/50) = -5.4$  вольта. От точки В' до F: напряжение на колесе 1 равно 6 вольт, так колесе 2 равно  $6 * (50/65) = 4.6$  вольт. От точки F до G: напряжение на колесе 1 равно 6 вольт, так колесе 2 равно  $6 * (50/65) = 4.6$  вольт. От точки G до А: напряжение на колесе 1 равно 6 вольт, так колесе 2 равно  $6 * (50/65) = 4.6$  вольт. И так далее.

3) Находим скорость движения. Если за 1.5 с. один оборот, то получается 10 см за 1.5 с. Скорость  $10/1.5 = 6.67$  см/с. При скорости 6.67 см/с при напряжении 6 вольт.

Участок А-В Делим длину большей окружности на 4.  $65/4 = 16.25$ . Время  $16.25/6.67=2.44$  с.

Участок В-С Делим длину большей окружности на 4.  $50/4 = 12.5$  Время  $12.5/10=1.87$  с.

Участок С-D Делим длину большей окружности на 4.  $50/4 = 12.5$  Время  $12.5/10=1.87$  с.

Участок D-E Делим длину большей окружности на 4.  $50/4 = 12.5$  Время  $12.5/10=1.87$  с.

Участок E-B' Делим длину большей окружности на 4.  $50/4 = 12.5$  Время  $12.5/10=1.87$  с. В'-F Делим длину большей окружности на 4.  $65/4 = 16.25$ .  
Время  $16.25/10=2.44$  с.

Участок F-G Делим длину большей окружности на 4.  $65/4 = 16.25$ . Время  $16.25/10=2.44$  с.

Вариант программы:

напряжение\_мотор\_1 6\_A

напряжение\_мотор\_2 4.6\_A

время\_движения 2.44\_A\_V

задержка 0,1 сек

напряжение\_мотор\_1 -5.4\_V

напряжение\_мотор\_2 -6\_V

время\_движения 1.87\_V\_C

задержка 0,1 сек

напряжение\_мотор\_1 -5.4\_C

напряжение\_мотор\_2 -6\_C

время\_движения 1.87\_C\_D

задержка 0,1 сек

напряжение\_мотор\_1 -5.4\_D

напряжение\_мотор\_2 -6\_D

время\_движения 1.87\_D\_E

задержка 0,1 сек

напряжение\_мотор\_1 -5.4\_E

напряжение\_мотор\_2 -6\_E

время\_движения 1.87\_E\_V'

задержка 0,1 сек

напряжение\_мотор\_1 6\_V'

напряжение\_мотор\_2 4.6\_V'

время\_движения 2.44\_V'\_F

задержка 0,1 сек

напряжение\_мотор\_1 6\_F

напряжение\_мотор\_2 4.6\_F

время\_движения 2.44\_F\_G

задержка 0,1 сек

напряжение\_мотор\_1 6\_G

напряжение\_мотор\_2 4.6\_G

время\_движения 2.44\_G\_A

задержка 0,1 сек.

Складываем все время и прибавляем задержку в каждой точке. Общее время работы:

$$t_{\text{общ}} = 2.44*4 + 1.87*4 + 0.1*8 = 18.04 \text{ с.}$$

$$U_{\text{общ\_мотор\_1}} = 6*4 - 5,4*4 = 2,4 \text{ В,}$$

$$U_{\text{общ\_мотор\_2}} = 4,6*4 - 6*4 = -5,6 \text{ В}$$

5) При траектории “квадрат” если робот будет делать разворот на месте, то на углах будет небольшое скругление.



Напряжение на обоих моторах всегда 6 вольт, кроме точек разворота. Там на одном из колес 6 вольт, а на другом -6.

Для разворота на 90 градусов нужно, чтобы колеса крутились в разные стороны 0.25 оборота. При повороте «проходится» расстояние  $31.4*0.25=7.85$  см. Общее расстояние  $30*4 + 7.85 *4 = 151.4$  см. Со скоростью 6.67 см/с время будет равно  $151.4/6.67 = 22.7$  с.

Одну сторону робот проедет за  $30/6.67=4.49$  с. Один разворот  $7.85/6.67=1.18$  с.

Вариант программы:

напряжение\_мотор\_1 6\_A

напряжение\_мотор\_2 6\_A

время\_движения 4.49\_A\_V

напряжение\_мотор\_1 6\_V

напряжение\_мотор\_2 -6\_V

время\_движения 1.18\_V\_V

задержка 0,1 сек.

напряжение\_мотор\_1 6\_V

напряжение\_мотор\_2 6\_V

время\_движения 4.49\_V\_C

задержка 0,1 сек.

напряжение\_мотор\_1 6\_C

напряжение\_мотор\_2 -6\_C

время\_движения 1.18\_C\_C

задержка 0,1 сек.

напряжение\_мотор\_1 6\_C

напряжение\_мотор\_2 6\_C

время\_движения 4.49\_C\_D

задержка 0,1 сек.

напряжение\_мотор\_1 6\_D

напряжение\_мотор\_2 -6\_D

время\_движения 1.18\_D\_D

задержка 0,1 сек.

напряжение\_мотор\_1 6\_D

напряжение\_мотор\_2 6\_D

время\_движения 4.49\_D\_A

задержка 0,1 сек.

напряжение\_мотор\_1 6\_A

напряжение\_мотор\_2 -6\_A

время\_движения 1.18\_A\_A

задержка 0,1 сек.

Общее время работы:



$$t_{\text{общ}} = 4,49 \cdot 4 + 1,18 \cdot 4 + 0,1 \cdot 7 = 23,38 \text{ с.}$$

$$U_{\text{общ\_мотор\_1}} = 6 \cdot 8 = 2,4 \text{ В,}$$

$$U_{\text{общ\_мотор\_2}} = 6 \cdot 4 - 6 \cdot 4 = 0 \text{ В}$$