LXXXV Московская математическая олимпиада

2 апреля 2022 года ♦ 11 класс, второй день

Задача 1. Некоторые неотрицательные числа a, b, c удовлетворяют равенству $a + b + c = 2\sqrt{abc}$. Докажите, что $bc \geqslant b + c$.

Задача 2. Волейбольный чемпионат с участием 16 команд проходил в один круг (каждая команда играла с каждой ровно один раз, ничьих в волейболе не бывает). Оказалось, что какие-то две команды одержали одинаковое число побед. Докажите, что найдутся три команды, которые выиграли друг у друга по кругу (то есть A выиграла у B, B выиграла у C, а C выиграла у A).

Задача 3. В выпуклом 12-угольнике все углы равны. Известно, что дли́ны каких-то десяти его сторон равны 1, а длина ещё одной равна 2. Чему может быть равна площадь этого 12-угольника?

Задача 4. В равнобедренной трапеции проведена диагональ. По контуру каждого из получившихся двух треугольников ползёт свой жук. Скорости движения жуков постоянны и одинаковы. Жуки не меняют направления обхода своих контуров, и по диагонали трапеции они ползут в разных направлениях. Докажите, что при любых начальных положениях жуков они когда-нибудь встретятся.

Задача 5. Таня последовательно выписывала числа вида $n^7 - 1$ для натуральных чисел $n = 2, 3, \ldots$ и заметила, что при $n = 8$ полученное число делится на 337. А при каком наименьшем $n > 1$ она получит число, делящееся на 2022?

Задачи, решения, информация о закрытии
LXXXV Московской математической олимпиады
на сайте `mccme.ru/mmo/`

LXXXV Московская математическая олимпиада

2 апреля 2022 года ♦ 11 класс, второй день

Задача 1. Некоторые неотрицательные числа a, b, c удовлетворяют равенству $a + b + c = 2\sqrt{abc}$. Докажите, что $bc \geqslant b + c$.

Задача 2. Волейбольный чемпионат с участием 16 команд проходил в один круг (каждая команда играла с каждой ровно один раз, ничьих в волейболе не бывает). Оказалось, что какие-то две команды одержали одинаковое число побед. Докажите, что найдутся три команды, которые выиграли друг у друга по кругу (то есть A выиграла у B, B выиграла у C, а C выиграла у A).

Задача 3. В выпуклом 12-угольнике все углы равны. Известно, что дли́ны каких-то десяти его сторон равны 1, а длина ещё одной равна 2. Чему может быть равна площадь этого 12-угольника?

Задача 4. В равнобедренной трапеции проведена диагональ. По контуру каждого из получившихся двух треугольников ползёт свой жук. Скорости движения жуков постоянны и одинаковы. Жуки не меняют направления обхода своих контуров, и по диагонали трапеции они ползут в разных направлениях. Докажите, что при любых начальных положениях жуков они когда-нибудь встретятся.

Задача 5. Таня последовательно выписывала числа вида $n^7 - 1$ для натуральных чисел $n = 2, 3, \ldots$ и заметила, что при $n = 8$ полученное число делится на 337. А при каком наименьшем $n > 1$ она получит число, делящееся на 2022?

Задачи, решения, информация о закрытии
LXXXV Московской математической олимпиады
на сайте `mccme.ru/mmo/`