Решения и ответы

№ 1

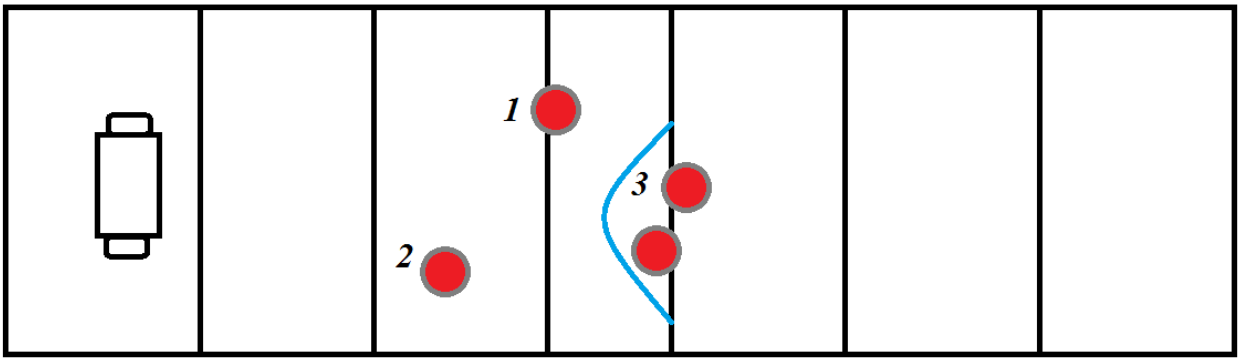
Ответ: Бета, Дельта, Альфа, Гамма.

№ 2

Рассмотрим расположение шайб. Учтём, что чёрные линии, ограничивающие поле, являются его частью. Линии, разделяющие зоны поля, считаются относящимися к зонам с меньшим числом очков. Если шайба находится сразу в нескольких зонах, то за неё баллы присуждаются по зоне с наименьшим числом баллов. Если шайба находится вне зон ***A*, *B*, *C*, *D*, *E*** (некоторые части шайбы касаются поля вне зон), то за неё дают 0 баллов.
Шайбы расположены следующим образом:
Шайба № 1 – на границе зон ***B*** и ***C***.
Шайба № 2 – полностью в зоне ***B***.
Центр шайбы № 3 оказался на расстоянии 3 см от ближайшей границы линии, разделяющей зоны ***C*** и ***D***.
Так как радиус шайбы 5 см, то от края шайбы до границы зон ***C*** и ***D*** будет равно:

$$3 - 5 = -2 \text{ (см)}$$

То есть шайба № 3 окажется на линии границы между зонами ***C*** и ***D***. Это засчитывается так, что шайба № 3 находится в зоне ***D***.
Шайба № 3 может находиться в двух положениях относительно линии, разделяющей зоны ***C*** и ***D***. Однако это не влияет на баллы, которые за неё начисляются.
Шайбы могут быть расположены следующим образом:



Значит, шайба № 1 приносит 10 баллов, шайба № 2 – 10 баллов, а шайба № 3 – снова 10 баллов. Итого за попытку получается 30 баллов.

Ответ: 30 баллов.

№ 3

Чтобы определить массы шариков, необходимо записать условие равновесия рычага:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}\text{, где } F = mg$$

Обозначим x массу шарика ***C***.

Можно также заметить, что шарики на нижней балке расположены симметрично относительно точки подвеса, а значит, если их снять, то равновесие нижней балки не нарушится. Однако равновесие верхней балки будет нарушено. Всю нижнюю балку можно заменить на один большой шарик, масса которого будет равна массе всех шариков, подвешенных к нижней балке.

Составим уравнение равновесия системы. Так как по условию задачи балки разделены на равные части, то мы можем пренебречь их длинами, учитывая только соотношения частей.

Для простоты в уравнении опустим ускорение свободного падения.

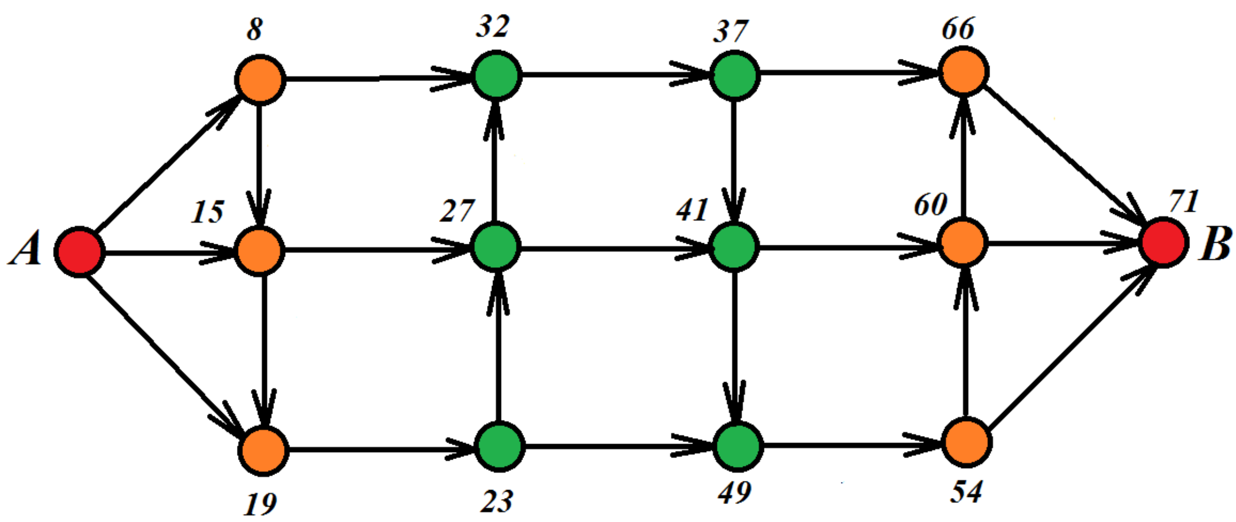
$$6x + 5B + 3A + 1B = 0x + 2A + 3(2B + x) + 6B$$
$$6x + 3A = 2A + 6B + 3x$$
$$3x = 6B - A$$
$$3x = 6 \cdot 45 - 117$$
$$x = 153 : 3$$
$$x = 51$$

Ответ: масса шарика ***C*** равна 51 г.

№ 4

На схеме представлен направленный граф. Нам надо найти путь максимальной длины из вершины ***A*** в вершину ***B***. Учтём, что может существовать более одного пути максимальной длины и что нас устроит любой из них.

Будем перемещаться по графу слева направо, помечая каждую вершину числом, которое указывает максимальный путь от точки старта ***A*** до текущей вершины. Пройдя таким образом по всем вершинам графа и пометив их все, мы получим в качестве метки для вершины ***B*** максимальное количество колец, которое можно собрать при движении из вершины ***A*** в вершину ***B***.

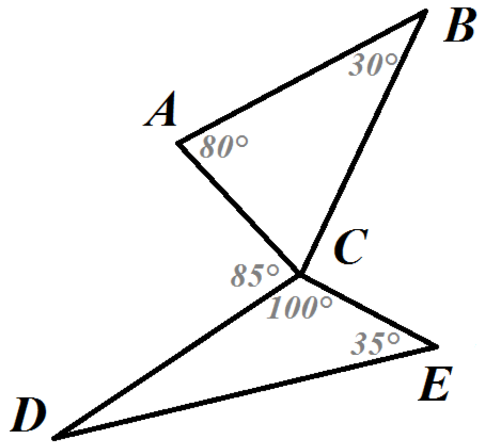


Таким образом можно показать, что робот может собрать 71 кольцо.

Ответ: 71 кольцо.

№ 5

Отметим на чертеже то, что нам известно:



Определим градусные величины оставшихся углов.
Так как сумма углов треугольника равна 180°, то:

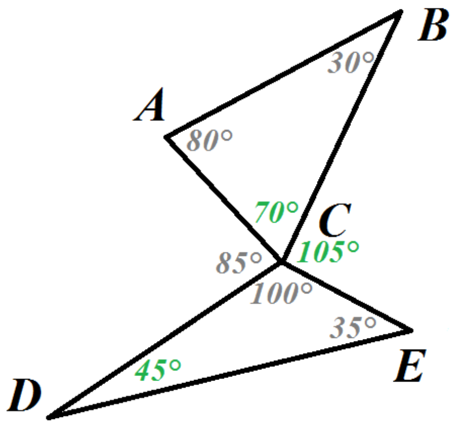
$$\angle BCA = 180° - (\angle ABC + \angle CAB) = 180° - (30° + 80°) = 180° - 110° = 70°$$

$$\angle CDE = 180° - (\angle ECD + \angle CED) = 180° - (100° + 35°) = 180° - 135° = 45°$$

Посчитаем величину угла ∠BCE:

$$\angle BCE = 360° - (100° + 85° + 70°) = 105°$$

Отметим на чертеже найденные нами градусные меры углов:



Так как из всех вершин выходит чётное число отрезков, то для того, чтобы определить наиболее выгодные точки старта, нужно найти потенциальный наибольший угол поворота, который будет исключён в случае старта в данной вершине.

Наибольший угол поворота в вершине находится в вершинах с углами с наименьшей градусной мерой. В нашем случае это вершина ***B***.

Посчитаем минимальный угол поворота робота:

$$(180° - 80°) + (180° - 45°) + (180° - 35°) +$$
$$+ (180° - 70°) - 85° + 85° - (180° - 100°) =$$
$$= 100° + 135° + 145° + (110° - 80°) = 410°$$

Ответ: 410°.

№ 6

Рассмотрим, какого типа движения совершает робот. Их можно разделить на три типа: разворот на месте, разворот вокруг колеса, проезд прямо.

Движение 1) и 5) – это проезд вперёд (ось мотора ***A*** повернулась на 720°, ось мотора ***B*** повернулась на 720°).

Рассчитаем, какой длины прямолинейный отрезок проехал робот.

$$\frac{720°}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 = 24 \cdot \pi = 75{,}36 \text{ (см)}$$

Движение 3) – это проезд вперёд (ось мотора ***A*** повернулась на 480°, ось мотора ***B*** повернулась на 480°).

Рассчитаем, какой длины прямолинейный отрезок проехал робот.

$$\frac{480°}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 = 16 \cdot \pi = 50{,}24 \text{ (см)}$$

Движение 4) – это разворот на месте (ось мотора ***A*** повернулась на –180°, ось мотора ***B*** повернулась на 180°).

Рассчитаем угол поворота робота на месте:

$$\frac{180°}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 = \frac{x}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 12$$

$$x = \frac{180°}{12} \cdot 6 = 90°$$

То есть робот развернулся на месте на 90°, при этом колесо ***A*** движется назад, а колесо ***B*** движется вперёд.

Движение 2) – это поворот робота вокруг колеса (ось мотора ***A*** повернулась на 0° (колесо ***A*** было зафиксировано), а ось мотора ***B*** повернулась на 720°).

Рассчитаем угол поворота робота вокруг колеса ***A***:

$$\frac{720°}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 = \frac{x}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 24$$

$$x = \frac{720°}{24} \cdot 6 = 180°$$

То есть робот повернулся вокруг колеса ***A*** на 180°.

Определим длину дуги, которую вычертил робот:

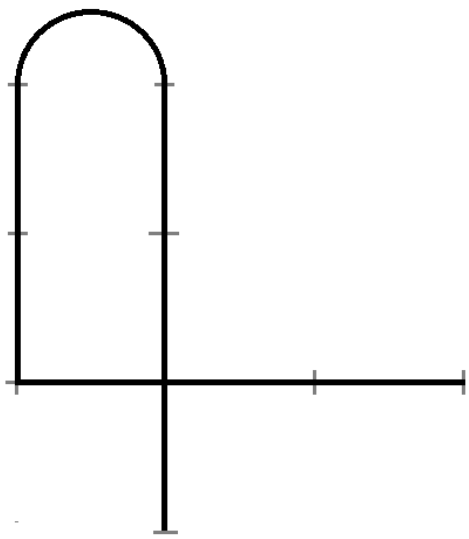
$$\frac{180°}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 12 = 37{,}68 \text{ (см)}$$

Тогда общая длина кривой, вычерченной роботом, будет равна:

$$75{,}36 \cdot 2 + 50{,}24 + 37{,}68 = 238{,}64 \approx 238{,}6 \text{ (см)}$$

Ответ:

А)



Б) 238,6 см.